OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ – 15.02.2015
CLASA A X- A

SUBIECTUL IV

Pe mulțimea numerelor reale, rezolvați ecuația: $\log_3\left(9x^2+\sqrt{3}\right)=\dfrac{\sqrt{\sin^2 x+1}}{3-\cos^2 x}$

prof. Florentina Dicu, prof. Adrian Bălășel , Rm Vâlcea

Rezolvare:

Observăm că $\log_3\left(9x^2+\sqrt{3}\right)\geq \log_3\sqrt{3}=\dfrac{1}{2}$ (1).....2p

Din inegalitatea mediilor rezultă:

$\sqrt{\sin^2 x+1}=\sqrt{\left(\sin^2 x+1\right)\cdot 1}\leq \dfrac{\left(\sin^2 x+1\right)+1}{2}=\dfrac{2+\sin^2 x}{2}=\dfrac{3-\cos^2 x}{2}$.....2p

Deci $\dfrac{\sqrt{\sin^2 x+1}}{3-\cos^2 x}\leq\dfrac{1}{2}$ (2).....1p

Din relațiile (1) și (2) rezultă sistemul: $\begin{cases}\log_3\left(9x^2+\sqrt{3}\right)=\dfrac{1}{2}\\ \dfrac{\sqrt{\sin^2 x+1}}{3-\cos^2 x}=\dfrac{1}{2}\end{cases}$ cu soluția x=0.....2p